

CONTROL AVANZADO DE SISTEMAS

PROBLEMA 2 TEMA 4 (CONTROL INTELIGENTE)

Se desea diseñar un controlador borroso para un péndulo invertido rotatorio como el que se muestra en la figura 1.

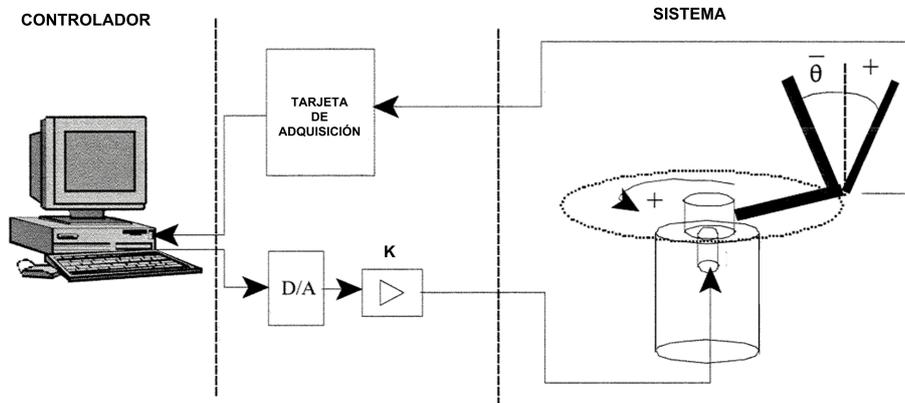


Figura 1

El objetivo de control es mantener el brazo del péndulo en posición vertical ($\theta = 0$) actuando sobre un motor DC mediante una tensión u (señal de control). El motor mueve un eje en cuyo extremo se encuentra acoplado el péndulo. Si la tensión u es positiva entonces el eje se moverá en sentido antihorario y si es negativa en sentido horario. El péndulo sólo puede girar en el plano perpendicular al eje de giro.

La ecuación que define la dinámica del sistema es:

$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = -\frac{C_1}{J_1} \frac{d\theta(t)}{dt} + \frac{gm_1l_1}{J_1} \text{sen } \theta(t) + \frac{K_1K_p}{J_1} u(t)$$

donde:

- θ es el ángulo del péndulo con la vertical,
- u es el voltaje aplicado al motor,
- (K_p, K_1) son parámetros del motor,
- g es la fuerza de la gravedad,
- m_1 es la masa del péndulo,
- l_1 es la longitud del péndulo,
- J_1 es la inercia del péndulo,
- C_1 es una constante de fricción.

Los valores de estos parámetros son: $K_p = 74,89 \text{ rad}/(\text{s}^2\text{v})$, $K_1 = 1,94 \cdot 10^{-3} \text{ Kg} \cdot \text{m} / \text{rad}$, $g = 9,8 \text{ m}/\text{s}^2$, $m_1 = 0,09 \text{ Kg}$, $l_1 = 0,11 \text{ m}$, $J_1 = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$, $C_1 = 2,97 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad}$.

- (a) Como primer paso para el diseño del controlador se estudia el comportamiento del sistema en bucle abierto. Suponiendo que se trabaja con un sistema linealizado en torno al punto de equilibrio ($\theta \simeq 0$) y que el vector de estado del sistema es $x = [x_1 \ x_2]^T$, donde $x_1 = \theta$ y $x_2 = \dot{\theta}$, **se pide:** calcular la matriz de estados y estudiar su estabilidad.
- (b) Para controlar el sistema se diseña un controlador borroso que se conecta en bucle cerrado como se muestra en la figura 2.

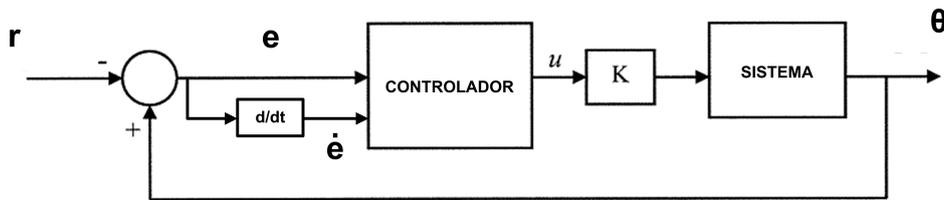


Figura 2

donde K es una ganancia positiva y el controlador tiene dos entradas: el error, definido como $e = \theta - r$ y su derivada, \dot{e} ; y una salida: u , que es la tensión de entrada al motor.

Se pide: Calcular las condiciones que debe cumplir el controlador para que el sistema en bucle cerrado cumpla las siguientes condiciones de estabilidad:

- Estabilidad frente a bifurcación estática: $I_1 > 10$.
- Estabilidad frente a bifurcaciones de Hopf: $I_2 > 10$.

Nota: Obtener los resultados en función de la ganancia K .

- (c) Si se utilizan las funciones de pertenencia de la figura 3, diseñar una base de reglas completa para el controlador. Explicar brevemente el diseño realizado.

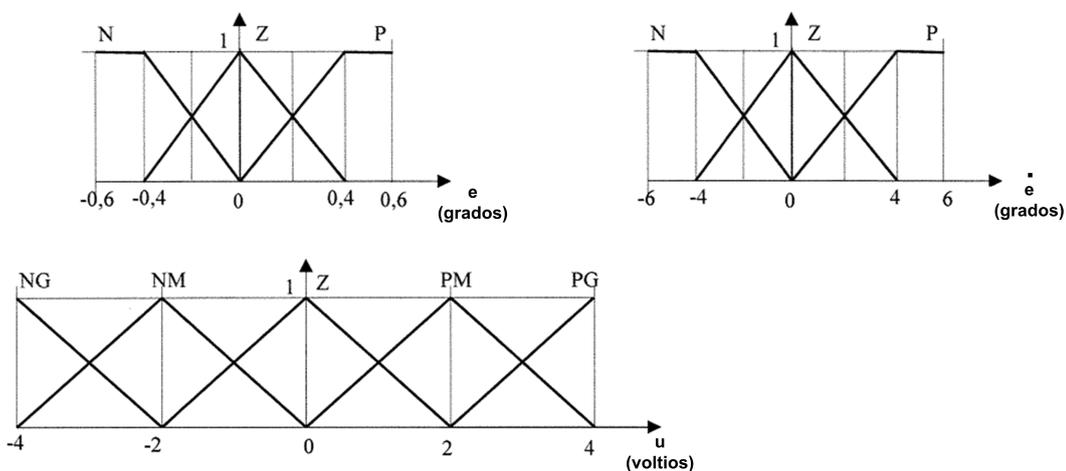


Figura 3

(d) Si se diseña el controlador con las características siguientes:

- Inferencia basada en reglas individuales con combinación por unión.
- Implicación mínimo,

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)).$$

- Mínimo para todas las t -normas y máximo para todas las s -normas.
- Borrosificador singleton.
- Desborrosificación por centro medio.

Se pide: Calcular el margen de valores de K tales que el sistema cumpla las condiciones de estabilidad del apartado (b), considerando las reglas obtenidas en el apartado (c).

NOTA: Para realizar los cálculos, linealizar el sistema en torno al origen considerando los intervalos $[-0,1, 0,1]$ para el error e y $[-1, 1]$ para la derivada del error \dot{e} .